



Alumno:

Desarrollado por: M. E. Ernestina Hernández Reyes  
M. C. Cesar Almazán Covarrubias

**REGLAS DE LA DIFERENCIAL**

$$d(c) = 0$$

$$d(x) = dx$$

$$d(x^n) = nx^{n-1}dx$$

$$d(bv) = b dv$$

$$d(u \pm v \pm w + \dots) = du \pm dv \pm dw + \dots$$

$$d(uv) = u dv + v du$$

$$d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v du - u dv}{v^2}$$

$$d(v^n) = nv^{n-1}dv$$

$$d(\ln v) = \frac{dv}{v}$$

$$d(\log v) = \frac{\log e}{v} dv$$

$$d(a^v) = a^v \ln a dv$$

$$d(e^v) = e^v dv$$

$$d(u^v) = vu^{v-1} + \ln u u^v dv$$

$$d(\operatorname{sen} v) = \cos v dv$$

$$d(\cos v) = -\operatorname{sen} v dv$$

$$d(\tan v) = \sec^2 v dv$$

$$d(\operatorname{ctg} v) = -\operatorname{csc}^2 v dv$$

$$d(\sec v) = \sec v \tan v dv$$

$$d(\operatorname{csc} v) = -\operatorname{csc} v \operatorname{ctg} v dv$$

$$d(\operatorname{arc} \operatorname{sen} v) = \frac{dv}{\sqrt{1-v^2}}$$

$$d(\operatorname{arc} \cos v) = -\frac{dv}{\sqrt{1-v^2}}$$

$$d(\operatorname{arc} \tan v) = \frac{dv}{1+v^2}$$

$$d(\operatorname{arc} \operatorname{ctg} v) = -\frac{dv}{1+v^2}$$

$$d(\operatorname{arc} \operatorname{sec} v) = \frac{dv}{v\sqrt{v^2-1}}$$

$$d(\operatorname{arc} \operatorname{csc} v) = -\frac{dv}{v\sqrt{v^2-1}}$$

**INTEGRALES INMEDIATAS**

$$1.- \int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

$$2.- \int kf(x)dx = k \int f(x)dx$$

$$2.1.- \int k dx = k \int dx = kx + C$$

$$2.2.- \int dx = x + C$$

$$3.- \int v^n dv = \frac{v^{n+1}}{n+1} + C \text{ siendo } n \neq -1 \text{ ( Si } n=-1 \text{ usar 4)}$$

$$4.- \int \frac{dv}{v} = \ln v + c \quad (\text{Si el exponente de } v \text{ es 1})$$

$$5.- \int e^v dv = e^v + C$$

$$6.- \int a^v dv = \frac{a^v}{\ln a} + C$$

$$7.- \int \operatorname{sen} v dv = -\operatorname{cos} v + C$$

$$8.- \int \operatorname{cos} v dv = \operatorname{sen} v + C$$

$$9.- \int \operatorname{tg} v dv = -\operatorname{ln} \operatorname{cos} v + C = \operatorname{ln} \operatorname{sec} v + C$$

$$10.- \int \operatorname{ctg} v dv = \operatorname{ln} \operatorname{sen} v + C$$

$$11.- \int \operatorname{sec} v dv = \operatorname{ln}(\operatorname{sec} v + \operatorname{tg} v) + C$$

$$12.- \int \operatorname{csc} v dv = \operatorname{ln}(\operatorname{csc} v - \operatorname{ctg} v) + C$$

$$13.- \int \operatorname{sec}^2 v dv = \operatorname{tan} v + C$$

$$14.- \int \operatorname{csc}^2 v dv = -\operatorname{ctg} v + C$$

$$15.- \int \operatorname{sec} v \operatorname{tan} v dv = \operatorname{sec} v + C$$

$$16.- \int \operatorname{csc} v \operatorname{ctg} v dv = -\operatorname{csc} v + C$$

$$17.- \int \frac{dv}{v^2+a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{v}{a} + C$$

$$18.- \int \frac{dv}{\sqrt{a^2-v^2}} = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{v}{a} + C$$

$$19.- \int \frac{dv}{\sqrt{v^2 \pm a^2}} = \operatorname{ln} \left( v + \sqrt{v^2 \pm a^2} \right) + C$$

$$20.- \int \frac{dv}{v^2-a^2} = \frac{1}{2a} \operatorname{ln} \left| \frac{v-a}{v+a} \right| + C$$

$$21.- \int \frac{dv}{a^2-v^2} = \frac{1}{2a} \operatorname{ln} \left| \frac{a+v}{a-v} \right| + C$$

$$22.- \int \sqrt{v^2 \pm a^2} dv = \frac{v}{2} \sqrt{v^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2} \operatorname{ln} \left( v + \sqrt{v^2 \pm a^2} \right) + C$$

$$23.- \int \sqrt{a^2 - v^2} dv = \frac{v}{2} \sqrt{a^2 - v^2} + \frac{a^2}{2} \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{v}{a} + C$$

**INTEGRACION POR SUSTITUCION CON CAMBIO DE VARIABLE**

- Normalmente la variable forma parte de la expresión más compleja.
- Identificar la fórmula de integración a utilizar.
- Verificar si el diferencial está completo.
- Se pueden añadir constantes pero **nunca variables**

**INTEGRACION POR PARTES. (ILATE)**

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Para elegir la función  $u$

I: funciones inversas ( $\operatorname{arctg} x$ ,  $\operatorname{cos}^{-1} x$ ,  $\operatorname{arc} \operatorname{sen} x$ )

L: logaritmos ( $\operatorname{Ln} x$ ,  $\operatorname{Log} x$ )

A: algebraicas ( $x$ ,  $x^2$ ,  $t^3$ )

T: trigonométricas ( $\operatorname{sen} 2x$ ,  $\operatorname{cos} t$ ,  $\operatorname{tg} x$ )

E: exponenciales ( $e^x$ ,  $e^{2x}$ ,  $e^{3t}$ )

**INTEGRACIÓN POR FRACCIONES PARCIALES**

**CASO I.** Los factores del denominador NO se repiten y son todos de primer grado

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} + \dots + \frac{L}{x-l}$$

Para el caso I se obtienen solo funciones Ln

**CASO II.** Los factores del denominador se repiten

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{(x-a)^2} + \dots + \frac{L}{(x-a)^n}$$

Los factores de primer grado producen Ln y los repetidos son formas  $v^{-n}$

**METODO DE APROXIMACIÓN RECTANGULAR (MAR).**

- 1.- Dibujar la gráfica
- 2.- Calcular la base del rectángulo ( $\Delta x$ ):  $\Delta x = \frac{b-a}{n}$
- 3.- Para obtener los valores de "x" de los rectángulos usa la formula siguiente dependiendo del extremo que le pidan:  
Puntos extremos izquierdos (MARI)      Puntos extremos derechos (MARD)  
 $x_{n-1} = a + (n-1)\Delta x$        $x_n = a + n\Delta x$
- 3.- obtener el valor de la función utilizando los intervalos dependiendo del MAR que se le indique.  
MARI       $f(x_{n-1})$       MARD       $f(x_n)$
- 4.- elabora una tabla con los siguientes datos.

n	$x_n$	$f(x_n)$	$\Delta x$	$f(x_n)\Delta x$
1				
.				
.				
n				
				$A = \sum_{k=1}^n f(x_k)\Delta x$

**PROCEDIMIENTO PARA CALCULAR LAS SUMAS DE RIEMANN.**

**PRIMER PASO:** Calcular ( $\Delta x$ )

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}$$

**SEGUNDO PASO:** Calcular  $x_k$  usando:  $x_k = a + k\Delta x$

**TERCER PASO:** Sustituir  $x_k$  en la función  $f(x_k)$ .

**CUARTO PASO:** Sustituir en la fórmula de área  $f(x_k)$  y  $\Delta x$ ; realizar operaciones para encontrar el resultado:

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k)\Delta x$$

**FÓRMULAS DE NOTACIÓN SUMATORIA**

- 1)  $\sum_{k=1}^n 1 = n$        $\sum_{k=1}^n C = Cn$
- 2)  $\sum_{k=1}^n k = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$
- 3)  $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$
- 4)  $\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^4}{4} + \frac{n^3}{2} + \frac{n^2}{4}$

**ÁREAS BAJO LA GRAFICA DE UNA FUNCIÓN**

$$A = \int_a^b f(x)dx$$

**ÁREA DE REGIONES BAJO EL EJE DE LAS x**

$$A = - \int_a^b f(x)dx$$

**ÁREA ENTRE LAS GRÁFICAS DE FUNCIONES**

$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx \quad f(x) \geq g(x)$$

**VOLUMEN DE REVOLUCIÓN MÉTODO DEL DISCO**

Gira en x:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

**VOLUMEN DE REVOLUCIÓN MÉTODO DE LA ARANDELA**

Gira en x:

$$V = \pi \int_a^b ([f(x)]^2 - [g(x)]^2) dx \quad f(x) \geq g(x)$$

**FUNCIONES TRIGONOMETRICAS**

$$\text{sen } z = \frac{\text{cat. op}}{\text{hip}} \quad \text{ctg } z = \frac{\text{cat. ady}}{\text{cat. op}}$$

$$\text{cos } z = \frac{\text{cat. ady}}{\text{hip}} \quad \text{sec } z = \frac{\text{cat. ady}}{\text{hip}}$$

$$\text{tan } z = \frac{\text{cat. op}}{\text{cat. ady}} \quad \text{csc } z = \frac{\text{hip}}{\text{cat. op}}$$

**RELACIONES ENTRE LAS FUNCIONES**

**TRIGONOMETRICAS**

$\text{sen } z = \frac{1}{\text{csc } z}$	$\text{sec } z = \frac{1}{\text{cos } z}$	$\text{sen } 2z = 2 \text{ sen } z \text{ cos } z$
$\text{cos } z = \frac{1}{\text{sec } z}$	$\text{csc } z = \frac{1}{\text{sen } z}$	$\text{cos } 2z = \text{cos}^2 z - \text{sen}^2 z$
$\text{tan } z = \frac{\text{sen } z}{\text{cos } z}$	$\text{tan } z = \frac{1}{\text{ctg } z}$	$\text{sen}^2 z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \text{cos } 2z$
$\text{ctg } z = \frac{\text{cos } z}{\text{sen } z}$	$\text{ctg } z = \frac{1}{\text{tan } z}$	$\text{cos}^2 z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{cos } 2z$

**IDENTIDADES PITAGORICAS**

$$\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1 \begin{cases} \text{sen}^2 x = 1 - \text{cos}^2 x \\ \text{cos}^2 x = 1 - \text{sen}^2 x \end{cases}$$

$$\text{sec}^2 x - \text{tan}^2 x = 1 \begin{cases} \text{sec}^2 x = 1 + \text{tan}^2 x \\ \text{tan}^2 x = \text{sec}^2 x - 1 \end{cases}$$

$$\text{csc}^2 x - \text{ctg}^2 x = 1 \begin{cases} \text{csc}^2 x = \text{ctg}^2 x + 1 \\ \text{ctg}^2 x = \text{csc}^2 x - 1 \end{cases}$$

**LEYES DE LOGARITMOS**

$$\log_a 1 = 0 \quad \ln 1 = 0$$

$$\log_a a = 1 \quad \ln e = 1$$

$$\log_a a^x = x \quad \ln e^x = x$$

$$a^{\log_a x} = x \quad e^{\ln x} = x$$

$$\log_a (uv) = \log_a u + \log_a v$$

$$\log_a \left(\frac{u}{v}\right) = \log_a u - \log_a v$$

$$n \log_a u = \log_a (u^n)$$

$$n \ln u = \ln (u^n)$$

**LEYES DE LOS EXPONENTES**

$$x^m x^n = x^{m+n} \quad (x^m)^n = x^{mn}$$

$$\frac{1}{x^n} = x^{-n} \quad x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{m/n}$$

**POTENCIAS DE UN BINOMIO**

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

**FACTORIZACIONES MAS COMUNES**

Diferencia de cuadrados

$$(x^2 - y^2) = (x + y)(x - y)$$

Trinomio cuadrado perfecto

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Suma de cubos

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Diferencia de cubos

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

**COMPLETAR EL TRINOMIO CUADRADO PERFECTO**

El coeficiente del término cuadrático debe ser 1.

$$x^2 + bx$$

Dividir el coeficiente del termino lineal entre dos y elevar al cuadrado

$$c = \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

Sumar y restar el termino obtenido

$$x^2 + bx + c - c$$

$$(x^2 + bx + c) - c = [(x + \sqrt{c})^2] - c = \left[\left(x + \frac{b}{2}\right)^2\right] - c$$

